

**SU I BAROMETRI
STATICI
AREOMETRICI
RELATIVAMENTE
AGLI EFFETTI...**

Giovanni Antonelli







461
21

SU I BAROMETRI STATICI AREOMETRICI

DI VITA ARVINDI

ED. G. ARVINDI & C. S. P.



SU I BAROMETRI STATICI BAROMETRICI

RELATIVAMENTE AGLI EFFETTI

DELLE VARIAZIONI DI TEMPERATURA

STUDI CRITICI

DI G. ATTOSELLI D. S. P.



FIRENZE

TIPOGRAFIA CALZANTIANA

401 41 4, FIRENZE
1897.

*Il nostro sole splende qui,
si scende qui sopra al nostro qui
non sul più o altrimenti o sotto qui.* Po. 44.

1. Il nota in questa giacca una grave potenza tra gli
Eterni scendisti B. Tadea di Fungi e P. Scocchi della Com-
pagnia di Gesù, a cagione del Barazzini sialid., per rap-
porta agli effetti della variazione di temperatura su questo
genere d'istrumenti.

Il primo dei Dadi prelati, sull'appoggio di una sua
teoria su questa argomento, afferma l'esistenza di un ef-
fetto apprezzabile per la causa indicata; e il secondo la ne-
ga, impugnando in parte la teoria del dissenziente, e in
parte allegando fatti in contrario.

Tale questione tuttavia riguarda, soltanto per modo in-
diretto, anche la scienza e il suo Genio. Collega ad
amico P. Crochi della Scuola Pre, la quale l'una o l'altra
teoria localizza del Genio della Toscana nel 1841 (prop-
ondo il Ministero della pubblica Istruzione il Marchese
no fidelli di chiara memoria) di costruire per l'uso pub-

llico ex Barometra, che fa del genere suddetto, e anni da sette anni è in corso sotto la legge dell'Organo in questo Capitale: il perchè, messo in particolare maniera della scienza e delle osservazioni del prodotto una Colla, lo scrivente Medico, che si era occupato della parte medica nell'opera citata, si determinava a studiare un poco (non potendo molto anche per mancanza di tempo) l'importante scienza.

Infortunatamente però non riuscì a persuadersi, non quella scienza che egli voleva, della relativa teoria del celebre Scrittore francese per conseguenza nel non trovato costrutto a farne una o altra cosa, la quale è questa che ora produce al pubblico, senza pretesione di aver visto bene in questa non facile terra, e molto meno di entrare arbitrio di una sola cosa tra due Uomini così abili e distinti.

Il piano di questa nuova teoria è semplice e naturale. Trattandosi solo di vedere in conclusione se, dopo equalizzata l'istruimento ad una pressione e ad una temperatura qualunque, il barometro subisce un movimento, quando soltanto nella temperatura interviene una variazione, è chiaro che un tale effetto di moto dipendere esclusivamente dalla variazione di peso nella colonna barometrica, e per conseguenza dalla variazione di volume, rispetto a quella che alla colonna lascia coerente per la variazione supposta. Dunque sarà necessario o almeno conveniente: 1.^a valutare il volume del mercurio, che è nella colonna e nella vaschetta ad una data pressione, prima dell'intervento della variazione della temperatura; 2.^a determinare que' due rispettivi volumi dopo la variazione

medesima, ferma restando la pressione atmosferica; 2.^a per conseguenza tener conto di tutte le variazioni influenti, che per la stessa causa vanno a colpire da tutte le parti dell'apparecchio barometrico; 3.^a computare esattamente se la nuova colonna ha eccesso o difetto di volume, in confronto di quella che le è proprio pel caso in esame; 4.^a concludere in fine, se relativa eccesso o difetto riavvolgati, l'estensione del movimento, che dee subire il Barometro.

Ciò per la teoria: poi sarà prima dell'opera dedurre dalla teoria medesima i critery opportuni, per poter far uso con sicurezza di questa specie di barometri, anche come istrumenti anagrafici.

Il Fustione è di tutta evidenza, che per lo scopo di conoscere l'effetta finale delle variazioni di temperatura sul barometro aneroidico, tocca le stesse o a tener dietro con legge di costanza a' varj movimenti delle varie sue parti, pel variare continuo di temperature, e a supporre la variazione totale di essa tenendo fermo l'istrumento, per lasciarlo poi libero a prendere la situazione che gli si compie e capire delle avvenute modificazioni. Ci atteneremo a quest'ultima maniera per comodo, semplicità e chiarezza di sensi.

Inoltre se, prima delle variazioni di temperature, si chiama R , il raggio della vaschetta, supposta ellittica; a l'altezza del mercurio nella medesima, R' il raggio del canestro; r quello interno della cassa barometrica; k la parte immersa del manicomio e della cassa; A , la colonna

di mercurio avente r per raggio, fuori del livello della vaschetta, h_0 l'altezza della colonna nella camera barometrica di raggio $R_0 > r$; di l'altezza totale della colonna barometrica eguagliata alla pressione atmosferica, $\sigma = \pi$ il seno rapporto della circonferenza al diametro di un circolo, sarà $2\pi r(h_0 + h_{gr})$, e i volumi Q_1, q della vaschetta e della colonna barometrica saranno dal rispettivamente delle seguenti equazioni:

$$(I) \dots Q_1 = R_0^2 \sigma - (R^2 - r^2) h;$$

$$(II) \dots q = \pi r^2 h_0 + \pi R_0^2 h_{gr}.$$

Rappresentando adesso con α il coefficiente di dilatazione del mercurio per un grado di temperatura, e con β la variazione di densità, che rappresento in numero, è chiaro che Q si comporti in $Q(1 + \beta t)$, e q in $q(1 + \beta t)$; il perchè il volume del mercurio che era nella vaschetta sarà cambiato in $Q_1 = Q(1 + \beta t)$, e quello che era nella colonna barometrica in $q_1 = q(1 + \beta t)$, onde avremo

$$(I') \dots Q_1 = \pi R_0^2 (1 + \beta t) - \pi (R^2 - r^2) (1 + \beta t) h;$$

$$(II') \dots q_1 = \pi R_0^2 r^2 (1 + \beta t) + h_{gr} \pi R_0^2 (1 + \beta t).$$

4. Supponendo invece il barometro, come si è detto, il mercurio della nuova densità prenderà un nuovo livello scoperto a nella vaschetta, per modo che, in generale, la variazione di livello sarà espresso da $x = a_1 - a$; la quale sarà positiva con $a > a_1$, negativa con $a < a_1$, e zero, o nulla, con $a = a_1$.

Comunque sia, la colonna H sarà diventata $H(1 + \alpha t) = H + H\alpha$, al di sopra della superficie di livello, la quale della costante temperatura del mercurio e del principio terri-

colonna, da qualunque parte sia avvenuto l'incremento Δh della colonna, cioè o nella camera, o nella canna, o in parte nell'una e nell'altra, e qualunque sia la trasformazione subita dal recipiente.

Nel primo caso, che è quello d'innalzamento di livello nella vecchiaia, l'incremento Δh si fa tutto nella camera barometrica: in quale del raggio R_0 secondo passa il raggio $R_0(1+\alpha)$, chiamando x la distensione lineare del filo, o della materia di che si compone con il resto della canna, la sua sezione sarà variabilmente $=R_0^2$, ma $=R_0^2(1+\alpha x)^2$ o $=R_0^2(1+2\alpha x)$, trascurando il termine estremamente piccolo con α^2 . Per conseguenza la camera avrà ricevuto un aumento di volume espresso da

$$i = R_0^2(1+2\alpha x)\Delta h$$

Ma per l'innalzamento α del livello, è scesa di altrettanto la colonna h , la base della canna, e di altrettanto è cresciuta nella camera; dunque in questa sarà venuto un altro volume di mercurio, espresso da

$$j = R_0^2(1+2\alpha)x$$

Inoltre, per l'aumentata capacità della camera, si ha pure aumento di volume in tutta l'altezza h_0 primitiva, in guisa che per quell'altezza il volume sarà dato da

$$J = R_0^2(1+2\alpha)h_0;$$

dunque il volume del mercurio nella camera sarà di presente

$$i+j = R_0^2(1+2\alpha)(\Delta h + R_0^2(1+2\alpha)x + R_0^2(1+2\alpha)h_0) \\ = R_0^2(1+2\alpha)(\Delta h + \alpha);$$

come poteva più brevemente concludersi, osservando che

il mercurio, nell'ipotesi attuale, si distende nella camera di modificata sezione per $\lambda_0 + \delta\lambda + \alpha$, e ciò può servire di riscontro.

Intanto la curva di raggio r , per le dette ragioni, avrà per sezione $\pi r^2(1 + \delta r/r)$, e la colonna vi avrà un' altezza di $\lambda_0 + \alpha$; dunque il volume di questa parte della colonna verrà rappresentato da

$$\pi \alpha r^2 (1 + \delta r/r) (\lambda_0 + \alpha).$$

Per conseguenza il volume totale del mercurio, contenente la nuova colonna, sarà $i + j + l + e$, ossia

$$[5] \dots q_0 = R_0 V (1 + \delta r/r) (\lambda_0 + \delta\lambda + \alpha) + \pi r^2 (1 + \delta r/r) (\lambda_0 + \alpha).$$

Ma la quantità q del volume della colonna primitiva è diventata q_0 , e ferma della relazione [4] dunque, sottraendo questa dalla [5], avremo la differenza tra il volume della nuova colonna e quello della primitiva aumentata per l'incremento della temperatura. E poiché comparando le indicate sottrazioni, osservando che si ha $B - \lambda_0 = \lambda_1$, e trascurando il termine di second'ordine per rispetto al piccolo quantità l ed e , si trova

$$[6] \dots q_0 - q = \pi \lambda_1 [R_0 V_0 + r^2] - \delta r/r + \delta r/r \lambda_0 V_0 + \pi r^2 (1 + \delta r/r) (R_0 V_0 - r^2),$$

quantità positiva con l ed α positive, come già supponevamo; ne segue che il volume della nuova colonna è maggiore di quello della primitiva, oltre al suo accrescimento per la temperatura accresciuta, e per conseguenza il volume $q_0 - q$, sopraggiunto, dovrà essere uscito dalla vaschetta. Se poi con l positivo, fosse negativo α , e tanto grande che si trovasse termine della [6] ripetere la

estremo degli altri due, succederebbe necessariamente il contrario; e la colonna barometrica avrebbe invece accumulato del mercurio alla vaschetta.

Si trova in questa guisa l'espressione analitica del volume del mercurio, che la vaschetta deve somministrare alla colonna barometrica, o viceversa, non sarà difficile determinare i residui del mercurio alla nuova temperatura nella vaschetta medesima. Infatti non avendo che dalla (3) la quale dà il volume primitivo del mercurio della vaschetta col suo incremento per l'effetto della variazione t sottrarre la rimanente differenza $q_0 - q_1$, è il volume di quel liquido rischiuso nella vaschetta sarà dato dalla

$$\begin{aligned} (7) \quad \therefore Q_1 &= Q_0 + q_1 - q_0 = \alpha V_0 [1 + \alpha t] - \alpha h (1 + \alpha t) (P - P') \\ &= \alpha h (P_0 - P') [1 + \alpha t] - \alpha h (1 + \alpha t) (P - P') \\ &= \alpha h (1 + \alpha t) (P_0 - P') \end{aligned}$$

Ma in questo mercurio è immerso il rasoio, il quale avendo adesso per sezione $\pi P (1 + \alpha t)$, ed essendo immerso lungo l'asse della colonna barometrica con sezione interna $\pi P' (1 + \alpha t)$, sposterà il liquido con una sezione espressa da $\pi (P - P') (1 + \alpha t)$. Ci rimane dunque da determinare la lunghezza di cui è immerso, per avere il volume che occupa nella vaschetta la legge del mercurio.

A tale oggetto noteremo, che per l'allungamento della colonna barometrica, o la sottilità e la parte condensata, non viene a modificarsi l'immersione primitiva h ; perchè non può aver luogo una variazione in questa, se non a patto che vari il peso della colonna barometrica: e poichè si suppone costante la pressione, e le altre cose di tal varia-

sione si considerano a parte singolarmente, si fa risultare che per il fatto della variazione di lunghezza, di che indichiamo, rimane sempre ferma la primitiva indicazione. A Questa variazione si farà dunque sentire alle estremità superiori della cassa, tanto nel caso che sia libera, quanto in quello che s'appoggi al tavolo fermo per la sua estremità inferiore; e se il barometro sia a bilanciere, questa s'indicherà dalla parte del contrappeso, quando è sia positivo, e dalla parte del barometro se sia il negativo.

Quanto all'azione degli appoggi, i quali sotto qualche forma debbono esistere con i vetri di barometri a bilanciere, non influiscono neppur essi, con la variazione di lunghezza che possono subire dopo avere equilibrato il barometro, sulla indicazione primitiva; perciocchè (come mi fece osservare il già lodato mio collega P. Gochi in conferma della loro indipendenza in proposito, che avere affermato per altre considerazioni) una modificazione d'altezza negli appoggi modifica la posizione dell'asse e del collo del bilanciere, venendo alzato o abbassato, e quindi produce un moto nel bilanciere medesimo, che si spiega unicamente sul contrappeso, perchè minore del peso totale del barometro, non equilibrandosi che una parte.

Di qui intanto si raccoglie, che non sarebbe buona regola quella di affidare alla smentita della cassa, o al bilanciere, la indicazione delle variazioni di pressione, senza particolari compensazioni.

Dunque se l'allungamento della cassa, o quello degli appoggi del bilanciere, ha virtù di modificare l'indicazione

è del manico, ma se questo supponesi fermo durante l'azione della sopravvenuta variazione di temperatura, ed abbia luogo un allungamento α di livello nella vaschetta, allora si troverà sommarsi per $h+\alpha$; e sarà questa la lunghezza per cui dovremo moltiplicare la già trovata sezione, per avere il volume V , che si trova nella vaschetta col marcatore residuo. Sarà dunque:

$$[9] \dots V_{\text{res}} = (R^2 - r^2)(1 + 3\alpha)(h + \alpha).$$

6 Nella vaschetta, tra manico e parte del manico, abbiamo dunque un volume, che è rappresentato da $Q_0 + V$; ma questa quantità non è più in un cilindro di raggio R_0 , bensì in uno di raggio $R_0(1+\alpha)$, e perciò con sezione $\pi R_0^2(1+\alpha)^2$ fatta la solita omissione del termine con α^2 dunque se supponesi posata la base della vaschetta sopra un appoggio stabile, si che non possa e non debba avervi riguardo agli effetti della variazione di temperatura sul pedicello; il fondo della vaschetta avrà perhaps la medesima posizione e distanza rispetto al manico sommerso, trascurando la dilatazione linear della grossazza del fondo medesimo; e il volume complessivo $Q_0 + V$ dovrà equivalere al volume di un cilindro, che abbia per sezione quella interna della vaschetta, e per altezza $h+\alpha$. Avremo dunque:

$$[10] \dots \pi R_0^2(1+\alpha)(h+\alpha) = Q_0 + V.$$

Se poi accadesse un allontanamento del fondo della vaschetta in rapporto al manico, come avverrebbe se questo si lasciasse sospeso per gli orli della sua estremità superiore; in tal caso è chiaro che, agitando ed ammettendo

un strumento α di livello, e chiamando l lo spostamento della base, avremo $\alpha+l=\alpha$ per sistema del cilindro equivalente a Q_0+P ; e sarebbe perciò

$$[10] \dots +R_1(1+\sin)\{n+l-\alpha\}=Q_0+P.$$

Avrà poi dati ed l il segno di l , e potremo ritenere quest'ultima equazione, come più generale, invece della precedente; e col riprendere la posizione di $l=0$ nella (10) ed è evidente che, data L la lunghezza e l'altezza di tutta la vaschetta, misurata nell'interno, sarà facile

Perfatta l'equazione (10), tanto nel primo che nel secondo membro, è funzione algebrica ed elementare delle α ; dunque si potrà facilmente determinare questa incognita (anzi), sostituendo i valori di Q_0 e di P , troveremo senza difficoltà

$$[11] \dots \dots \dots \frac{\alpha(1+\sin)(R_1^2+(1+\sin)R_1^2-1)P^2+R_1^2Q_0^2+16Q_0P+R_1^2(1+\sin)}{(1+\sin)(R_1^2+R_1^2-1)P^2}$$

T. Considerato α , è del pari aumentato il volume $q_0=q$, del mercurio, che dalla vaschetta è venuto ad aumentare la colonna barometrica. Ma se per questo aumento è cresciuto il peso della colonna mercuria, per l'aumentata immersione α del mercurio ne verrà che ne sarà scemato, per la spinta che ne conseguita. In quale estremo rappresentata dall'alterare spostamento del liquido, verrà data stabilimento del volume $\alpha(R^2-r^2)(1+\sin)\alpha$. Dunque dovrà tenersi conto, per l'effetto finale, della differenza

$$q_0=q_1-\alpha(R^2-r^2)(1+\sin)\alpha.$$

Detta ora g lo spazio che verrà percorso dall'istrumento

per questa differenza, è chiaro che sarà modificata l'equilibrio, nel senso che l'azione di sezione del condotto in quella della camera avrà spostato tanto mercurio, da eguagliare il volume suppiantato, e ciò sia in più, sia in meno. Dunque dovrà essere evidentemente

$$r(R^2 - R_0^2)(1 + 3\alpha) = q_0 - q_1 + r(R^2 - r^2)(1 + 3\alpha)x$$

Sostituendo in questa il valore di $q_0 - q_1$, dato dalla (8), ne tratteremo finalmente il valore di y per la

$$(11) \quad y = \frac{r(R_0^2 - r^2)(1 + 3\alpha) + 3\alpha h_0 R_0^2 - (1 + 3\alpha)(R^2 - R_0^2)r}{(1 + 3\alpha)(R^2 - R_0^2)} \\ - \frac{r(R_0^2 - r^2)(1 + 3\alpha) + 3\alpha h_0 R_0^2}{(1 + 3\alpha)(R^2 - R_0^2)} x$$

5. Nel secondo supposto rispetto ad α , cioè che sia minore di α , e quindi α negativa, l'incremento Δh della lunghezza della colonna barometrica si farà visibilmente per α nella camera, e per $\Delta h = -\alpha$ nella camera. Dunque in esse interverrà un incremento di volume per l'altrezza $\Delta h = -\alpha$ oltre quello che si aveva per l'altrezza h_0 , per conseguenza il nuovo volume della camera sarà dato da

$$= R_0^2(1 + 3\alpha)(h_0 + \Delta h = -\alpha)$$

come si avrebbe dalla $i+j+l$ congiungendo α in $-\alpha$.

Nella camera poi α averrà adesso il volume

$$= r^2(1 + 3\alpha)(h_0 + \alpha)$$

preziosamente come verrebbe dal valore di α col congiungimento medesimo della α in $-\alpha$.

Dunque la formula già stabilita resta generale; e basta porvi per α il valore che risulta, e col segno con cui risulta.

Distinguo pertanto che caso generale, per le due

trocciano anche il terzo caso della amò. Riprendendo infatti l'analisi, anche per riprova di buona soluzione, su quest'ultimo ipotesi, è chiaro che i valori p e Q del mercurio, nella colonna barometrica e nella vaschetta, rimangono quasi costanti determinati prima dell'innalzamento della temperatura; e così i rispettivi aumenti al compiere della temperatura molale. Sopravvenendo questa per l'unità, l'aumento di altezza della colonna barometrica si farà uguale per Hh nella camera del barometro in questo caso; e quindi il mercurio vi si troverà elevato di $h_0 + Hh$ il cui lato del meniscolo nella camera dilatata sarà dunque espresso da

$$= h_0 \sqrt{1 + \beta h} (h_0 + Hh);$$

e quello della camera, per dilatazione, verrà dato da

$$= r \sqrt{1 + \beta h} h_0$$

sempre supponendo fisso il barometro, durante l'azione crescente della temperatura. Avremo perciò la totale area colonna barometrica

$$c_0 = (1 + \beta h) (h_0 R_0^2 + Hh R_0^2 + h_0 r^2);$$

da cui tolta q_0 , e trascurato il termine dell'ordine di h , resterà il volume aumentato per dilatazione della vaschetta

$$c_0 - q_0 = \beta h (R_0^2 h_0 + r^2 (h_0 - h)) + h \alpha h_0 R_0^2$$

come si ha dalla (N) con $am=0$.

Per questo effettivo aumento di volume, e quindi di peso della colonna, senza compensi né appoggi ulteriori per variazioni di livello nella vaschetta, dovrà discendere il barometro per la spinta σ il quale verrà determinato al no-

lla della relazione generale

$$x\{R^2 - R_0^2\}(1 + 5\alpha) = a_1 x_0 - g_1,$$

il perché avviene immediatamente

$$x = \frac{\rho_0(R_0^2 - a_1^2 x_0 - 5\alpha g_1) + 5\alpha h_0 R_0^2}{(1 + 5\alpha)(R^2 - R_0^2)},$$

precisamente come del valore di y con $a=0$.

È poi inutile osservare, che le formule ritrovate servono anche per caso di i negativa, nel che la cosa poggia — il so luogo di i , com'è in natura dell'analisi algebrica e del caso nostro, in cui si ha effetto opposto per opposta condizione.

9. Certi di questi risultamenti analitici, applichiamo al caso speciale del Barometro del Clinico F. Brochi.

Questa è dati, nel di pubblica ragione, e supponendo che l'aria superiore della macchina sopravvanti stante di cinque centimetri il livello del mercurio, si ha per quel Barometro

$$R_0 = \frac{21}{\gamma} = 0,37064, \quad r = \frac{1,24}{\gamma} = 0,01; \quad R = \frac{34}{\gamma} = 0,55873,$$

$$R_1 = \frac{74}{\gamma} = 0,11826; \quad \text{con } B = 760 \text{ millimetri, } h = 0,60,$$

$$h_0 = 150; \quad h = 200; \quad a = 300.$$

Inoltre, $L = 440$; $k = 0,00040$; $a = 0,00001$, e rappresento un incremento di temperatura $t = 10^\circ$.

L'equazione $h = h_0 + \alpha t$ dare $h =$ millim. 0,9558; e tale

$$h = 0,004154; \quad 1 + 5\alpha = 1,0025; \quad R^2 - R_0^2 = 3,45389;$$

$$R_1^2 + R_0^2 - R^2 = 18,73347; \quad (h_0 - h) = 0,06426; \quad h + h_0 = 0,15$$

$$\text{Quindi la (14) dare numerilim. } 0,00087,$$

$$\text{e la (15) porgerà } y = 0,87545 = 0,00583 = \text{numilim. } 0,58373$$

Si avrebbe dunque una dilata di barometro per millimetri 1,87 con la sola variazione di 44 gradi di temperatura. Quindi potrebbe che il Sig. Bada aveva ragione, affermando in genere e in specie una influenza apprezzabile della temperatura anche su questo genere di barometri.

È però da avvertire, che il moto del prodotto barometro essendo 1,8 per 1 di pressione, l'errore d'indicazione, o di pressione, con la variazione diurna sarebbe soltanto di millimetri 4,85 per $\pm 10^6$ ma è sempre un errore notevole, e dovrebbe sempre esser conte, come ha bene osservato il detto Matematico di Parigi.

Supponiamo adesso che con i dati precedenti si voglia trovare i movimenti per i limiti di -10^6 e di $+40^6$ di temperatura, come se l'istrumento fosse stato equilibrato a 0^6 , e sempre supponendo una media pressione di millim. 760. Avremo per $\sin -10^6$

$t(b-a) = -0,00012$; $t+30m = 0,0001$; $hm = 0,0000$;	
1. ^a termine del numeratore di α [14]	-22,8063998
2. ^a termine	+80,2139129
3. ^a termine	+ 2,182682
e quindi pel numeratore	- 0,5326177
pel denominatore	19,7227
ed $\alpha m =$ millim. 0,04184.	

Per la ricerca di β avremo:

1. ^a termine del numeratore [15]	-17,8000000
2. ^a termine	- 0,6417115
Numeratore	-18,3000000
Denominatore	2,0810985
Quindi $\beta m = -8,794 + 0,0115 m =$ millim. 1,7158	

Passando al caso di $i = +40^\circ$, avremo:

1.^a termine del numeratore di α $+45,7327815$

2.^a termine $-40,4878858$

3.^a termine $-4,8440991$

Numeratore $+ 0,4008066$

Denominatore $+45,7341058$

$\alpha = + \text{millim. } 0,00875$

Per γ sarà il numeratore $+35,6819436$

il denominatore $+ 5,1891658$

ed avrà $6,884 = 0,0033 \alpha + \text{millim. } . . . 41,4738$

Tra quegli estremi di temperatura si avrebbe dunque un movimento di barometro per millimetro 17,3544; i quali, divisi per 3,3 nell'intento di ridurre all'errore di pressione, darebbero per questo millim. 5,148.

11. Considerando adesso la costruzione delle formule (14) e (15) vedremo facilmente, ricordando che si ha $\log 10$.

1.^a Che senza errore apprezzabile si può riguardare γ come proporzionale a i ;

2.^a Che questa proporzionalità può ritenersi quale risulta per una pressione media dell'atmosfera, non infondendo modo praticamente osservabile nella metà del nostro γ le variazioni della medesima.

Così per una differenza di 60 gradi nella temperatura si è avuto un movimento per millim. 17,3544: la proporzione di densità, per 10 gradi, quantifica 2,8697; e il calcolo diretto ci ha dato quantim. 2,86973: dunque la differenza non giungerebbe neppure a mila diecimillesimi di millimetro!

La riflessione su questo fatto ha suggerito al P. Cecchi, più volte menzionato, di compensare questi barometri col sollevare la vaschetta di questo secondo barometro la stessa lunghezza per effetto della variata temperatura, e in modo proporzionale alle variazioni di questa; quel metodo l'attribuire quell'ufficio ad una verga o ad un fondello di ferro, d'una lunghezza opportunamente determinata: e per evitare un organo assolutamente lungo, ricorrerebbe all'uso di più verghe con varie leve.

Anzitutto questo modo di compensazione, che per breve sotto ogni riguardo, la lunghezza del pezzo necessario verrebbe a determinarsi nel modo seguente:

Rappresentasi essa con h ; e con y esprimiamo ad esprimere l'abbassamento della cassa per una variazione t di temperatura. Applicata l'asta di ferro direttamente o indirettamente al di sotto del fondo della vaschetta, e la molla che, allungandosi quell'asta, venga a sollevare quel recipiente, e ad abbassarlo nel caso opposto; è chiaro che dovrà essere $h = y$, e quindi si avrà h per la

$$(12) \quad \dots \lim_{\Delta t} \frac{F}{\Delta t}.$$

Nel caso concreto, precedentemente analizzato, e ritenuto, prendendo una media tra i risultati poco differenti, cui danno luogo le tre relative supposizioni,

$$\text{lunghezza } 21341.$$

Questa lunghezza servirà di norma per applicare convenientemente le leve, sì che ottengasi lo stesso effetto, o dicasi un uso di questo, o si applichi immediatamente quell'asta

in ferro di quella estensione; il quale sistema potrebbe anche servire di termometro.

14. Il nostro barometro dell'Orgueux ha la vaschetta posta su fondo stabile, e quindi nella (14) dovrebbe farsi $h=0$; ma non è il caso questa formula, perchè suppone la vaschetta cilindrica ed una sezione sola, o quella del detto barometro se ha due. Sarà dunque opportuno modificarla opportunamente.

A tale oggetto noteremo, che q_1 e q_2 stanno a destra e quindi anche in loro differenza. Ciò che dev'essere è Q e Q_1 ed quindi dunque si dovrà ritrarre a forma del caso.

Seguendo a rappresentare con R_1 il raggio della parte superiore della vaschetta, si dica g l'altezza del meniscolo in quel cilindro di raggio R_1 , h la profondità del cilindro inferiore, ed R_2 il raggio di questo. Avremo evidentemente:

$$\begin{aligned} \cos \theta &= g; \quad Q = R_1^2 \theta + \pi R_1^2 g - \pi (R^2 - r^2) h; \\ Q_1 &= R_1^2 \theta (1 + \sin \theta) + \pi R_1^2 g (1 + \sin \theta) - \pi (R^2 - r^2) (1 + \sin \theta); \\ Q_2 &= Q_1 + q_1 - q_2; \\ &= R_1^2 \theta (1 + \sin \theta) + \pi R_1^2 g (1 + \sin \theta) - \pi (R^2 - r^2) (1 + \sin \theta) \\ &= (R_1^2 \theta^2 - \pi r^2) - \sin \theta - \sin \theta R_1^2 \theta; \\ &= \pi (1 + \sin \theta) (R_1^2 - r^2). \end{aligned}$$

La quantità V , dovuta alla parte superiore del meniscolo, rimane della stessa forma, quale viene data dalla (14).

Nella vaschetta è dunque da considerarsi, al solito, il volume $Q_2 + V$; ma ora si distribuisce in due regioni diverse. L'inferiore di raggio R_2 e di altezza h ha di presente una sezione $\pi R_2^2 (1 + \sin \theta)$ ed una profondità $h(1 + \sin \theta)$;

quindi raccoglie un volume di mercurio dato da

$$V_1 = R_{ad}^3 \{ (1 + 3h)k(h + 1) + R_{ad}^3 \{ (1 + 3h) \}$$

trascurando il termine con h^3 .

Dunque il volume residuo per la parte superiore della vaschetta di raggio R_1 sarà

$$Q_1 + F - F_1;$$

il quale si prenderà un'eventuale incognita g_1 . Per determinazione, avviene evidentemente l'equazione

$$+ R_1^3 \{ (1 + 3h)g_1 + Q_1 + F - F_1 \}$$

$$\text{da cui } g_1 = \frac{Q_1 + F - F_1}{+ R_1^3 \{ (1 + 3h) \}}$$

La nuova altezza u_1 del mercurio dal fondo sarà dunque data da

$$u_1 = h + 3h + g_1 = h \{ 1 + 3h \} + \frac{Q_1 + F - F_1}{+ R_1^3 \{ (1 + 3h) \}};$$

ed in lo stesso da

$$u_1 = h + 3h + g_1 = h \{ 1 + 3h \} + \frac{Q_1 + F - F_1}{+ R_1^3 \{ (1 + 3h) \}}$$

Sostituendo adesso i valori di Q_1 e di F , precedentemente stabiliti, e quello di F per la formula (8), e facendo le opportune riduzioni, troveremo ancora poco,

$$(14) \dots \dots \dots \frac{4R_{ad}^3 \{ (h - 3h) + 4R_{ad}^3 \{ (3h + 3h - 3h) \}}}{(1 + 3h) \{ R_1^3 + R_{ad}^3 - R^3 \}} \\ - \frac{+ R^3 - 3h \{ (R^3 - (h + 3h)R^3) - 4R_{ad}^3 \{ (h + 3h - 3h) \}}}{(1 + 3h) \{ R_1^3 + R_{ad}^3 - R^3 \}}$$

Se in questa formula si fa $R_{ad} = R_1$, si dovrebbe trovare in (14) con $h = 0$, perchè si tratterebbe a supporre la vaschetta ad una sola sezione e a fondo sfericoidale, e così infatti si trova per l'indicata sostituzione

Prestando per l'applicazione numerica abbiamo:

R_0 = un centim. quadrato $\frac{1}{2}$; R_1 = 0,35; R_2 = 0,04; r = 1;

R_3 = 0,74; h = millim. 125; g = 0,77; m = 0,05; M = 200;

λ = 215; λ_1 = 200; λ_2 = 150; λ_3 = 0,000150;

μ = 0,00012; λ = 40°.

Con questi dati calcolando la [14], troveremo

z = millim. 0,3285.

La formula che dà y non varia, perchè si è intesa che la vaschetta solo in questa dipende da z . Sostituendo dunque nella (16) il valore qui trovato per questa incognita, avremo

y = millim. 2,5206.

Ma il barometro della presente applicazione ha un avvicinamento di 2,775 per 1 di precisione: dunque con la distanza di millim. 2,5206 per effetto dell'aumento di 10 gradi della temperatura, si viene ad indicare un eccesso aumentato di precisione per millim. 1,09.

52. Se piacere di conoscere l'effetto finale del livello del mercurio nella vaschetta per causa della variazione di temperatura, potremmo procedere alla ricerca nel modo seguente.

È certo che immergendosi per y il manometro, spostasi un volume di mercurio, il quale sarà espresso da

$$= (R - R_1)(1 + \beta_1 y)$$

quindi, data a l'innalzamento del livello per l'afflusso di questo volume, semplicemente nella vaschetta dall'eccezione di azione del manometro su quella della camera, è chiaro che darà vera,

$$r(R^2 - R_0^2)/3 + 2r_0 \cos \alpha (R^2 - R_0^2)/4 + 3a/a_0$$

d'onde

$$(14) \dots x = \frac{(R^2 - R_0^2)r}{R_0^2 - R^2}.$$

Ma già il livello era variato per la quantità x ; dunque la variazione totale, appellandola v_{α} , sarà data dalla

$$(15) \dots v_{\alpha} \cos \alpha = x.$$

Nel caso del paragrafo 9 abbiamo ora millim. 2,60327 ed $p =$ millim. 2,84933; dunque sarà $x =$ millim. 0,24404; e perciò $v_{\alpha} p =$ millim. 0,695.

In quella del paragrafo precedente si ha ora — millim. 0,22285; $p =$ millim. 2,5024; quindi traversata una millim. 2,2, o perciò $v_{\alpha} p =$ millim. 2,457.

43 Ma ciò che più importa conoscere, è se questa potenza di laminette può compensarsi in altre guise, rispetto a quelle che abbiamo indicate nel paragrafo 44.

È certo che sembra piuttosto facile, non che possibile, il determinare un volume di mercurio nella vaschetta, al che la forma della dilatazione, cui va sottoposto per l'incremento di temperatura, sommerge da tutto il residuo, che lascia continuamente equilibrio al volume progressivo, di cui si scorre la colonna barometrica. Potrebbe dunque, posto certe condizioni di grandezza, che potesse all'occorrenza la forma della vaschetta: ma per poco che si rifletta, vedremo non potersi con la sola forma conseguire l'intento; essendo manifesto, anche a prescindere da ogni altra considerazione, che ove è questione di quantità, diventa accidentale quella che alla forma di un recipiente si

affiorano liberamente dunque le figure cilindriche, si scende e si appoggia sulle faccele vasche, ed attacchiamo il problema sulla sua essenza; vale a dire, cerchiamo le condizioni perché abbiai $y=0$; affinché, cioè, non avvenga moto nel nostro barometro per effetto di variazioni di temperatura.

Cominceremo dall'osservare, che il problema non è solubile in modo assoluto, e a rigore matematico; perché, cioè, trattate le condizioni che portano ad $y=0$ per una data certa barometrica, e per quant'altra essere, ed oggetti di avere una certa corsa ed una determinata forma meridia nell'istrumento in discorso; resterà sempre una certa perturbazione, che è la variazione di pressione. Ma poiché è facile vedere, che le variazioni di questa non hanno quì influenza apprezzabile, basterà in ordine al fatto che le condizioni in proposta vengono stabilite per una pressione media, e in modo indipendente da i , che è l'agente principale, anzi il soggetto della relativa questione.

In secondo luogo è da notare, ancor convenientemente che le dimensioni del barometro rimangono a nostra disposizione, per avere quel movimento e quella forma meridia che vorremo, giuste le circostanze: il perché non basteremo a liberare dalle condizioni, che ricerchiamo, se non che R , ovvero a , cioè il raggio delle vasche, e l'altezza che vi deve tenere il mercurio; non ostante che R abbia parte alla forma meridia sul suo quadrato. — Ciò premesso, manchiamo a dare la (42). Questa fondamentale condizione si dati

$$\frac{R(R_1^2 - R_2^2)(1 - R_1^2) + R_1 R_2 R_3^2}{(1 + R_1^2)(R^2 - R_1^2)}$$

Ma la (11) con $h=0$ (parrebbe nello scopo di maggiore semplicità supporre la vaschetta posata sul suo fondo sopra stabile appoggio) esige che sia

$$\frac{h(b-h)(aR_0^2 + (b+h)R_0^2 - aR^2) - aR^2(h+th_0)}{(1+th_0)(R_0^2 + R_0^2 - aR^2)}$$

duogo, eguagliando il valore di x sotto questo due forme, se trascura, dopo facili riduzioni,

$$(16) \dots R_0^2 = \frac{h(R^2 - R_0^2)(R_0^2 - R^2)}{a(R^2 - R_0^2) - h(R_0^2 - R^2) - h_0(R_0^2 - R^2)(b-h)}$$

$$(17) \dots a = \frac{h(R^2 - R_0^2)}{R^2} + \frac{h_0(R_0^2 - R^2)}{R^2 - R_0^2} + \frac{h_0 h R_0^2}{(b-h_0)(R^2 - R_0^2)}$$

Questa formula non è indipendente da i , come occorrerebbe; ma è di gran lunga preferibile la seconda alla prima, perchè questa ci vincola uno dei tre raggi R , R_0 , e h dalla condizione fondamentale per l'esistenza reale di R_0 , è che il denominatore del secondo membro della (16) sia positivo, tale essendo il suo numeratore, la virtù delle relazioni di grandezza, che sussistono tra gli indicati tre raggi. Or questa condizione importa che si abbia

$$aR^2 + h_0R^2 > (b+h)R_0^2 + h_0hR_0^2 - (b-h_0),$$

e quindi

$$R^2 > \left(1 + \frac{h}{a} + \frac{h_0 h}{a(b-h_0)}\right) R_0^2 - \frac{b-h_0}{a}.$$

Co' dati del paragrafo 2 si troverebbe, che dovrebbe avervi $R > 11,563$; cioè un raso del doppio di quello che gli si è assegnato, con valendo poi R , necessariamente grande essendo $R=16,779$, il movimento del barometro sarebbe la metà della variazione di pressione, e quindi cadremmo in un grave difetto; e ciò non volendo, si do-

rebbe $R_1 = 0.00146$, che è quanto dire che il diametro della vaschetta dovrebbe essere 0.00146 metri $1/686$. Soltanto per aver $y=0$ occorrerebbe in tal caso un volume di mercurio per ben 314 litri, e per altre e quattresdecim dilatazioni in più!

Prendendo adunque per R_1 la lunghezza che occorre, giusta le altre misure del barometro, è facile vedere che a la condizione di $y=0$, variando la circostanza molto meno infelice per quel riguardo indicata con gli stessi dati del citato paragrafo, terremmo $a = 0.00146$ e poi volume di mercurio superiore circa 14 litri, compreso quello della colonna barometrica.

14. Soltanto alla miglior condizione la risultante per a che per R_1 tuttavia è sempre straordinaria la probabilità, che si dovrebbe dare alla vaschetta, e la quantità del mercurio che sarebbe da impiegarsi, nell'intento di avere $y=0$ ad una media pressione atmosferica. Sarebbe quindi tale il ristretto, se potesse conseguirsi questo risultato senza che si disponesse con tanta gravità, sempre fittizia di compensazione a mercurio.

A tale oggetto potrebbe credersi efficace la sostituzione di una vaschetta conica, con la maggior sezione in basso, ad una vaschetta cilindrica; ma sebbene, per le difficoltà già fatte, non sia da sperarsi notevole utilità da un tal cambiamento; tuttavia procederemo ad effettuarlo, anche per la più esatta trattazione del nostro argomento.

Supponiamo dunque di avere una vaschetta della forma di un tronco di cono retto, avente nella parte superiore,

al livello del mercurio, un raggio R_m , e nel fondo un raggio R_b , l'uno e l'altro miriamo nell'interno. Essendochè il volume di un tal recipiente, col condensare a dato l'altezza e fino al detto livello, viene espresso da

$$V = \pi(R_1^2 + R_2^2 + R_3 R_4)$$
 è chiaro che nel valore di Q_m dell'equazione (5) si dovrà porre $\pi(R_1^2 + R_2^2 + R_3 R_4)$ invece di R_1^2 — ma nel primo membro della medesima si dovrà tener conto della variazione α di livello, la quale induce una variazione nel raggio superiore, che non sarà più R_1 .

Se pertanto si chiama R , il raggio della sezione alla superficie del nuovo livello; non sarà difficile vedere, che dovrà esser $R_1 = R_2 = \frac{(R_1 - R_2)x}{\alpha}$; ove il coefficiente di x sarà un nota propria, quando l'angolo dell'angolo della capota variazione con la base sia maggiore di 45°. Questa circostanza, congiunta alla pochezza del valore della x , ci permette di poter trascurare, senza errori sensibili, il quadrato di $\frac{(R_1 - R_2)x}{\alpha}$; il perchè si potrà ritenere $R_1^2 = R_2^2 =$

$$\frac{2R_1(R_2 - R_1)}{\alpha}$$
 Avremo allora

$$\begin{aligned} R_1^2 + R_2^2 + R_3 R_4 &= R_1^2 + R_2^2 + \frac{2R_1(R_2 - R_1)}{\alpha} + R_3 R_4 \\ &= \frac{R_1(R_2 - R_1)x}{\alpha} + R_1^2 + R_2^2 + R_3 R_4 - \left(R_1^2 + \frac{2R_1(R_2 - R_1)}{\alpha}\right)x \\ &= p - p_1 x \end{aligned}$$

ponendo $p = R_1^2 + R_2^2 + R_3 R_4$, e $p_1 = \left(R_1^2 + \frac{2R_1(R_2 - R_1)}{\alpha}\right)$ in luogo di R_1^2 si dovrà dunque convenientemente sostituire . . .

$$(p - p_1 x)$$
 nel primo membro della predetta equazione (5).

on exigeant le passage du volume d'un cylindre à celui d'un tronco di cono.

Per questa, e per l'altra sostituzione, indicata qui sopra, la stessa equazione (14) si condurrà alla equazione delle m , che, trascurata un termine con m^2 , e fatto varie riduzioni, ci verrà data dalla

$$(15) \dots m = \frac{r(1-3\alpha)(1/2ap + (1+\beta_1)r^2 - 1/2R^2) - rR_1^2(\beta_1\beta + 1/2\beta_1\alpha)}{(1+3\alpha)(1/2\beta_1\beta - \beta_1\beta_1 + R_1^2 - R^2)}$$

Ma poiché sia $\beta_1 \gg 0$, due avremo, per la (15),

$$m = \frac{r(1/2\beta_1\beta - r^2\beta - \beta_1(\beta + 1/2\alpha))R_1^2}{(1+3\alpha)(R^2 - R_1^2\beta_1)}$$

$$= \frac{rR_1^2(\beta + 1/2\alpha) - r\beta^2(\beta + 1/2\alpha)}{(1+3\alpha)(R^2 - R_1^2\beta_1)}$$

da cui anche

$$\frac{(1-3\alpha)(1/2ap + (1+\beta_1)r^2 - 1/2R^2) - R_1^2\alpha(\beta_1\beta + 1/2\beta_1\alpha)}{(1/2\beta_1\beta - \beta_1\beta_1 + R_1^2 - R^2) - m}$$

$$\frac{R_1^2(\beta + 1/2\alpha) - r\beta^2(\beta + 1/2\alpha)}{R^2 - R_1^2\beta_1}$$

Da questa equazione si verrà con diseguale tratto

$$m = \frac{(1/2\beta_1\beta - \beta_1\beta_1 + 1/2R^2 - R_1^2\beta_1 - \beta_1(1+\beta_1)R^2 - R_1^2\beta_1\beta - r^2)}{(1/2\beta_1\beta - \beta_1\beta_1 + 1/2\beta_1\beta - \beta_1\beta_1 + 1/2R^2 - R_1^2\beta_1 - \beta_1(1+\beta_1)R^2 - R_1^2\beta_1\beta - r^2)}$$

la quale, posta per maggior comodo e semplicità,

$$m = h_1(R_1^2 - r^2) + 1/2R(R_1^2 - \beta_1 - 2\alpha)$$

$$m = h_2(R^2 - R_1^2)(R^2 - r^2)$$

$$d = h_1 - R_1^2$$

si ridurrà ad $m = \frac{1/2\beta_1\beta + m}{h_1\beta_1\beta + 1/2\beta_1\beta} \frac{\beta_1\beta + 2\alpha}{\beta_1\beta + \beta_1\beta}$

Ma, fatto $(R_1^2 + 2R_1^2)(R_1^2 - R)mp_1$, si ha $p_1 = \frac{R_1^2}{m}$; dunque

avremo $m = \frac{\beta_1\beta + 2\alpha}{\beta_1\beta + \beta_1\beta} \frac{\beta_1\beta + 2\alpha}{\beta_1\beta + \beta_1\beta}$, d'onde la fine

$$(15) \dots \frac{g \cdot p \cdot \frac{1}{2} \pi \cdot d \cdot m \cdot \frac{1}{2} R^2 \cdot n + 3 m}{p d}.$$

In questa formula $R_0=R_1$, riesce evidente che nel caso di transizione alla vaschetta cilindrica, e che per conseguenza la (15), ora stabilita, dovrebbe coincidere nella (17). Osservando infatti, che la supposizione di $R_0=R_1$ dà $gm=3R^2$, restando i valori di d , m ed n , troveremo facilmente il valore di α , quale (per supposto di $gm=0$) troveremo per caso della vaschetta cilindrica: lo che ci assicura della bontà dell'altra formula, e la usa con la stessa sicurezza e si ricostruisce.

Con la formula (15) si trova α quando sia dato R , con gli altri elementi; ma potrebbe riuscir tale di assegnare un valore convenevole ad α , e di dedurre invece quelle di R_0 , propria a darci $gm=0$. A tale scopo, la stessa (15), per la sostituzione del valore di p , per l'elemento del due termini contenenti in R_0 , e per la risoluzione dell'equazione di secondo grado rispetto al medesimo raggio, darà

$$(16) \dots R_0 = -\frac{R}{2} + \left\{ \sqrt{1 + \frac{2R^2 \cdot 1}{d^2} \frac{1}{gm} \frac{1}{n} \frac{1}{m}} \right\}.$$

15. Per fare un'applicazione piuttosto lo grande, da servire anche di comparazione importante, supponiamo i seguenti dati, co' quali si ha un movimento di cassa barometrica di 3 per 1 di variazione di pressione, ed una densità media di grani. 83,474 per millim. 1 di pressione.

Bar., centimetri 3, $m=1$, $R=0,164$, $R_0=1,1$,

$R_0=75$; $k_0=50$; $k_1=80$; $k=0,00100$; $m=0,00010$

Sarà $R_0=75$; $r=1$; $R^2=12$; $R^2=15,86$; $k=0,001,00000$;

$$\frac{1}{1-0,00001}$$

Supponendo R_1 ed R_2 costanti 8,8, troveremo
 un coefficiente 88,544.

Che quest'altezza di livello, il volume contenuto nella
 vaschetta sarà dato da $V = V_0 + V_1 + V_2$ Litri 12,580046

da cui togliendo il volume del manometro som-
 mario $V_0 = 1,10 + 1,10 + 1,10 = 3,30$ cm $\frac{3,30}{1000} = 0,0033000$
 avremo per volume del mercurio nella vaschet-
 ta $V = 12,580046 - 0,0033000 =$ Litri 12,576746

Ma la cassa è la cassa del barometro costan-
 tino una colonna che ha mercurio per litri $\frac{0,018886}{1000}$
 dunque il mercurio totale occorrente sarà Litri 12,568860
 ovvero chilogrammi 472, e grammi 158.

Facciamo ora che voglia darsi alla vaschetta un'altezza
 minima e sufficiente, qual potrebbe risultare facendo
 un coefficiente 88. La formula (58) darà

$$R_1 \text{ m. costanti } 18,353.$$

Il volume contenuto nella vaschetta si troverà di li-
 tri 12,580437; il quale non differisce del suo esadopo pro-
 ceduto neppure da mille milionesimo cubo.

Cio non dei essere maraviglia, perchè il volume
 dei vari tronchi di cassa, i quali possono formarsi correttamen-
 te alle condizioni di γ mli, è in tutti rigorosamente
 uguale, quando si compari indipendentemente dagli effetti
 della variazione di temperatura sulle sue tre dimensioni li-
 neari α , R_1 , R_2 . Infatti la (10) porta sopra $\frac{M(\alpha_1 + \alpha_2)}{2}$, la quale
 ha costante il secondo membro, rispetto alle due variabili
 α ed R_1 ; e per conseguenza dev'essere tale anche il primo

Costante dunque sarà pure il prodotto $(\rho \sigma)_p$, che esprime il volume del nostro cono troncato; per conseguenza avremo sempre la stessa quantità di mercurio, qualunque valore si dia ad R_0 , tenendo poi a quello per caso risulta, e reciprocamente; restando fermi gli altri elementi delle due formule relative.

Ed. Ma non solo si ha eguale volume da questi evanati tronchi di cono, che in talguisa si possono moltiplicare; ma ciascuno di essi equivale a quell'unico cilindro, che con gli stessi rispettivi valori per R_0 , r , R ed h si può costruire alla scopo della compensazione in proposito, mediante il valore di n della formula (17).

Infatti, rappresentando adesso con A quella quantità, per non confonderla con l'altezza e spettante alla velocità canonica, la stessa equazione darà

$$A = \frac{R_0^2 \{ \Delta (R_0^2 - r^2) + 2r(R_0^2 - r^2) + 2(R_0^2 - R^2)(R^2 - r^2) \}}{R_0^2 (R^2 - R_0^2)},$$

e introducendo qui pure lo ausiliario m , m e d , superiormente stabilito, avremo

$$A = \frac{R_0^2 n + m}{R_0^2 d}$$

d'onde

$$AR_0^2 = \frac{R_0^2 n + m}{d}$$

Ma la (16) dà

$$(\rho \sigma)_p = \frac{R_0^2 n + m}{d}$$

dunque dovrà essere

$$AR_0^2 = (\rho \sigma)_p, \text{ e quindi } nAR_0^2 = \rho \sigma$$

dell'equivalenza perfetta tra i due volumi di forma diversa, nelle condizioni che sopra.

Procedendo, determinando il per il cilindro, troveremo che quest'altezza di livello dovrebbe essere metri 9,741628, effluoio co' dati precedenti e con qualunque variazione di temperatura risultava $y=9$. Dunque l'unico vantaggio che può conseguirsi dalla sostanzione di una vaschetta conica ad una cilindrica, consiste nel poter far uso di un recipiente non imbarazzante per eccessiva elevazione e lunghezza.

47. La compressione a mercurio sarebbe dunque molto costosa, tanto con la vaschetta cilindrica, quanto con la conica: ma c'è maniera di ridurre a molto minor volume il mercurio, occorrente al medesimo scopo; e consiste nel ritenere che come barometriche di due anelli cilindrici, e nell'adottar quelle ad una sola sezione.

In fatti, riprendendo il procedimento analitico, tocca pel caso più generale, oppure ponendo $\cos R_0$ nella formula stabilita per questa; troveremo, nel supposto che la vaschetta sia posata su immobile appoggio:

Per la variazione risultante del livello del mercurio nella vaschetta

$$(31) \dots x = \frac{(R_0 - R_1)(R_0^2 + R_1^2 - R_0 R_1) - 2R_0 R_1 R_0^2}{(y + R_1)(R_0^2 + R_1^2 - R_0^2)};$$

Per la corsa del barometro

$$(32) \dots y = \frac{2R_0 R_1 R_0^2}{(y + R_1)(R_0^2 + R_1^2 - R_0^2)} - R_0$$

Per l'ampiezza della vaschetta nel caso di $y=9$

$$(33) \dots R_0 = \frac{R_1(1 - R_1(R_0^2 + R_1^2))}{y(R_0^2 + R_1^2 - R_0^2) - 2R_0 R_1 R_0^2} = \frac{R_1(R_0^2 + R_1^2)}{y(R_0^2 + R_1^2) - 2R_0 R_1 R_0^2}$$

Per l'azione del vacuo sulle vaschette nel medesimo caso di $y_1=0$

$$(14) \dots a_1 = \frac{h(R_1^2 - R_2^2)}{R_1^2 R_2^2} + \frac{12R_1^2}{(1+12)R_1^2(R_1^2 - R_2^2)}$$

Confrontando a , formula (14) con $1-\beta$, con la x , determinata adesso, ed y , formula (13), con l'azione y_1 , si trova:

$$(15) \dots a_1 - a = \frac{h(1+12)(R_1^2 - R_2^2)(1+\beta)}{(1+12)(R_1^2 - R_2^2) + R_1^2 - R_2^2}$$

$$(16) \dots y - y_1 = \frac{h(1-12)(R_1^2 - R_2^2)}{(1+12)(R_1^2 - R_2^2) + R_1^2 - R_2^2} + \beta = a_1 - a$$

$$= \frac{h(1+12)(R_1^2 - R_2^2)(R_1^2 + h(R_1^2 - R_2^2))}{(1+12)(R_1^2 - R_2^2) + R_1^2 - R_2^2}$$

Ma la (15) con il positivo ha sempre positivo il secondo membro, e sempre negativo con il negativo; dunque ricordando, e notando, che con il positivo, è positivo y ed y_1 , concluderemo per la (16) che, indipendentemente dal segno, dell'azione $y > y_1$; la qual proprietà dimostra, che le variazioni di temperatura esercita su i barometri e due azioni con maggiore influenza che su quelli ad una sola sezione.

Paragonando in egual modo il valore di a , formula (17), con quello di a , del caso presente, avremo

$$(17) \dots a - a_1 = \frac{(R_1^2 - R_2^2)(R_1^2 R_2^2 + 12R_1^2 - R_2^2)}{R_1^2(R_1^2 - R_2^2)}$$

quantità positiva, e molto considerevole, in virtù specialmente del termine $R_1^2 R_2^2$, il che prova, che in questa caso, su una vaschetta di eguale sezione, abbiamo un'azione di livello considerabilmente minore. Per conseguenza, considerabilmente più piccolo ne sarà il valore relativo; il quale

differenza da quella corrispondente nell'altro caso, di

$$(18) \dots + R_1^2(a_1 - a_2) = \frac{(R_1 - R_2)(R_1 + R_2 + R_1^2 - R_2^2)}{R_1 - R_2}.$$

Non ostante dunque che nell'attuale supposto abbiamo maggior volume di mercurio nella colonna barometrica, ben si vede che nel complesso deve occorrere molto meno con una cassa ed una sezione, che con due a due.

Nell'esempio ultimamente scelto, avremo infatti:

per centimetri 37,354,

volume della vaschetta	litri	2,264454
volume della parte interna del manometro . .		0,058797
volume di mercurio nella vaschetta . . .	litri	<u>2,323251</u>
volume di mercurio nella colonna		2,148854
volume totale di mercurio	litri	<u>4,472105</u>
dato nel caso della cassa a 8 sezioni		49,268427

Differenza litri 4,304719

I barometri dunque di questo secondo sistema, che a sezione calibrata, si possono compensare, per gli effetti della variazioni di temperatura, con circa un terzo del mercurio, che occorre per quelli del primo.

18. Ritornando adesso al concetto della compensazione con la mobilità della vaschetta, si potrebbe dare al livello del mercurio in questa un'altezza di 38 centimetri, che sarebbe sufficiente per un barometro, avendo le dimensioni che si sono poste nell'ultima caso comparativo. Allora, per la variazione di 50 gradi di temperatura, avremmo una discesa

per millimetri 3,5887,

la lunghezza della verga di ferro, da applicarsi alla vaschetta, sarebbe

$$h = \frac{3,2875}{1,02} = \text{metri } 32,233,$$

il volume del mercurio nella vaschetta risulterebbe di :

quello della colonna	litri	8,228574
quello della vaschetta		<u>0,043586</u>
e quindi la totale	litri	8,272160

quantità più che sette volte e mezzo minore di quella, che viene reclamata per la compensazione a mercurio nei barometri a due vetri, e minore per due volte e mezzo del volume, occorrente per la scopo medesimo ai barometri con cassa di sezione uniforme.

15. Quale poi debba barometri ad una e a due vetri, con rispettiva compensazione a mercurio o a vaschetta mobile, merita la preferenza, lo discuteremo i dati e gli sprechi meriti della pratica. — Certo la compensazione a mercurio compen-za più semplice e sicura, se non la più economica: perocchè il sistema di verghe non lunghe, applicate a varie leve per sostituire quella riguardevole lunghezza di altri 57 metri, implica la sua questione di spazio, e può andar soggetto a degli sconcerti, del qual è manifestamente immune un bagno più voluminoso di mercurio. Nel tipo recato, uno soltanto la rispettabile forza motrice di quel grosso 45 £ (come si trova dalla D^a della mia teoria analitica elementare di questa genere di barometri, nella quale si descrivono per la prima volta questa leva), occorrerebbe dilagare di 35 £ di mercurio di più, e quindi

non scegliere spira non indifferente, rispetto alle proprietà di questa materia: un modo l'apparecchio meccanico, il quale dovrà essere stabile e molto ben fatto, costerà pure qualche cosa; e quindi la differenza non sarà molto grande. — Bensì l'azione della temperatura è assai più colatta sulla compensazione a verghe e leve, che a mercurio: ciò è da sapere, che i barometri ad una sola sezione fanno l'insensibilità di una sezione molto pesante; lo che impone a una maggior esattezza, un tratto di galleggianti, o un maggior contrappeso, e quindi un doppio ingombro sull'asse o colata del bilanciere, un partito di barometri scoppi. Sarebbebbesi dunque nelle sensibilità dell'atmosfera; e ciò raccomanderebbe assai la compensazione a macchina mobile: ma teoricamente può di molto ottenerci il sistema difetto sul peso, procedendo nel modo che appresso.

89 Abbiamo veduto che, volendo compensare a verghe e a leve, bastava un'altezza di livello ass 35 centim. nella vaschetta, e quindi una corrispondente piccola quantità di mercurio; perchè la differenza tra la massima e la minima pressione può ritenersi, tra noi, di 34 millim.; o perchè di 16 centim. la corsa massima della cassa e del manico di un barometro, che abbia un movimento triplo della variazione di pressione: ma per la compensazione a mercurio nel barometro ad una sola sezione occorreva, nelle stesse condizioni di corsa e di forza motrice, un'altezza o di livello di ben 37 centimetri, mentre anche in questo caso era sufficiente un passaggio di centimetri 16 di traslazione d'ac-

que di produrre di quella maggior profondità di occupanza, per sommarvisi *ad* appendice al maciotto, o una determinata prosecuzione del medesimo, nella verità di apostare costantemente un bel volume di mercurio, e di alleggerire così di altrettanto il carico della sovraccumbente colonna, e il peso della corrispondente pressione atmosferica.

Si immagini dunque, che la cassa barometrica abbia raggiata la sua massima osservazione, dicotta sezione in circostanze di minima pressione, e che lo tal condizione la cassa luntana di sezione uniforme, e di raggio R_0 , resti sommersa di alcun poco nella sua cavità inferiore sotto al livello del mercurio, è chiaro che se da quel punto estremo in giù si restringe il diametro interno, e da R_0 passi ad r_1 , rannando R il raggio del maciotto, oppure divenendo R_1 per maggiore generalità; l'appendice o la prosecuzione del maciotto, nel rapporto con lunghezza h_0 , resterà sempre sommersa, quando lo è nella massima osservazione della cassa; e che per convergenza sposterà costantemente nel suo volume un egual volume di mercurio ad egual pressione, e non altererà la condizione fondamentale, che la colonna barometrica sia di sezione uniforme.

Bene è vero, che modificando col intervento il volume del corpo immerso nel mercurio della vaschetta, verranno a modificarsi anche le funzionali relative, e sarà perciò necessario di costituirle per questo caso.

A tale oggetto, supponendo posta al solito la vaschetta nel suo fondo, rappresentando con h_1 la lunghezza della parte interna del vero maciotto ad una pressione media

H , moltiplicando con x_m la nuova variazione di livello, con p_m la curva della cassa per il grado d'ascesa nella temperatura, con σ' l'altezza del livello del manometro nella vaschetta per caso di $g_m=0$, e con e , la distanza lineare della materia, di cui consta il manometro con la sua appendice, si ripetono i risultati esposti nel principio di questo scritto, non senza importante vedere, che dovuti erano per caso nostro:

$$(28) \dots Q_m = \sigma \{ 1 + k_1 (R_1^2 x_m - R_2^2 R_m^2) - R_1^2 (R_1^2 - r_1^2) - 3k_2 R_1^2 x_m^2 \}$$

$$(29) \dots F_m = (R^2 - R_m^2) \{ 1 + 3k_1 \} (x_m + x_m) - 3k_2 (R_1^2 - r_1^2) (3 + 3k_1)$$

$$(30) \dots = R_1^2 (1 + 3k_1) (x_m + x_m) = Q_m + F$$

$$(31) \dots x_m =$$

$$\frac{R_1^2 (R^2 - R_m^2) - 3k_2 (R^2 - R_m^2) (3 + 3k_1) - k_1 (R_1^2 - r_1^2) (k_1 - k_2) - 3k_2 R_1^2}{(1 + 3k_1) R_1^2 - (3 + 3k_1) (R^2 - R_m^2)}$$

$$(32) \dots g_m = \frac{3k_2 R_1^2}{(1 + 3k_1) R^2 - R_m^2} = x_m$$

$$(33) \dots R_m =$$

$$\frac{k_1 (R^2 - R_m^2)}{R_1^2} + \frac{k_2 (1 - 3k_1) (R_1^2 - r_1^2)}{(1 - 3k_1) R_1^2} + \frac{3k_2 R_1^2}{(1 - 3k_1) R^2 - R_m^2}$$

Nel valore di x_m e di R_m ponendo

$$R_1 = R, r_1 = R, x_m = x, e k = 3k_1, k = 3k_2$$

(perchè con $R_1 = R, r_1 = R$, non ha influenza l'allungamento del manometro né della sua appendice) deve ritrovarsi il rispettivo valore di x , e di R_m , o ritrovandosi di fatto, che hanno un sicuro riscontro di aver bene operato.

21 Tornando ora al caso della nostra applicazione sime-

rica, supponiamo $R_0 = R_1 = 12$; $r_1 = r_2 = 20$; R_0 un centes. 6;
 $R_1 = 21$; $r_1 = r_2 = 4,80000$; e il resto si sottra, come per l'applicazione comparata.

Troncano

$a_0 =$ centesimi 54,025

della pedale cioè più di 54 centimetri.

Il volume misa nella vaschetta . . . ordin. del 228,216

Il volume dell'appendice del manometro 4103,316

Il volume della parte interna del manometro 54,025

Il volume del mercurio nella vaschetta . $G^1 G^2$ 2051,183

Ma senza la vaschetta appendice se ne sottrae . . 4103,316

Donque il dispendio mercurio per . . $G^1 G^2$ 58,177

ovale per quasi 6213 grammi.

Prentato il volume totale del manometro interno, con

la sezione sua appendice, è di litri 4,241335

e la calcola barometrica ordin. 2,150554

donque non avremo che da egualizzare 4,591781

che obbligherà 12, o 265 grammi con più il peso della
 cassa e del manometro, il quale può tenersi assai leggero,
 non essente che in ferro, con una sola vite, se ciò con-
 venga per altre ragioni; per conseguenza rivestiamo nelle
 condizioni ordinarie per questi strumenti, e le difficoltà del
 l'accesso più sull'asse, nel caso di una cassa di bel ca-
 mbra e molto uniforme, sembra infinitamente nuova.

22 Valendo poi disporre del bisociare, uno per con-
 vacuo, e sostituire il barometro come semplice galleggiante,
 sarà qualche d'ingegnere R_0 per fare più ampia l'appendice
 del manometro, e non inventare una vaschetta troppo

impressa, di ben poco accorrendo la forza motrice, e sempre restando dentro i limiti convenienti per le dimensioni della vaschetta, prescindendo dalla questione d'assunzione.

Se era importante metter ciò in evidenza, non crede che lo sia l'entrare in comparazioni con l'edizione di altre discussioni per questi barometri, e con l'uso di diverse materie per la cinesa, pel manoscritto e per le vaschette, potendo ciascuno vedere con le formule stabilite (sostituendovi opportunamente le rispettive misure che si volevano, e per a ed x , i relativi e speciali valori) ciò che sia di maggior utile e convenienza nella pratica, e nelle particolari contingenze.

33. Notando di passaggio, che l'appendice di manicomio potrebbe applicarsi, in più ristretta misura, anche ai barometri aneroidici con cassa a due sezioni, per avere più colossale il peso sul cubetto della bilancia; dispieghevamo adesso i risultati dello studio, in compilo, concludendo in generale:

1.^a Che anche i barometri aneroidici subiscono un'influenza apprezzabile per le variazioni di temperatura, più o meno, secondochè la cassa sono a due sezioni, o ad una sola.

2.^a Che i barometri, tanto dell'una, quanto dell'altra sistema, possono compensarsi di quell'influenza, mediante un determinato volume di mercurio.

3.^a Che questo volume è molto minore per i barometri a cassa uniforme, che per quelli a due sezioni.

4.^a Che resta indifferente l'uso di una vaschetta conica,

avere una cilindrata per rispetto alla quantità del mercurio, ma può avere vantaggio la prima sulla seconda, la seconda a questione di dimensioni e di spese:

5.^a Che per grande risparmio di mercurio, specialmente in rapporto ai barometri a due bracci, può farsi la compressione del fluido opportunamente mobile la vaschetta, sulla considerazione, che il movimento del barometro, per effetto della variazione di temperatura, può ritenersi proporzionale come proporzionale a questa:

6.^a Che nei barometri ad una sola sezione può ottenersi notevolmente, e quant'è occorre, il difetto d'importare molto peso sull'asse e cellule del bilanciere, mediante opportuna protezione di masticella con grande sviluppo spaziale, sulla i riguardi alla stabilità dell'equilibrio:

7.^a Che in questi stessi barometri può sopprimersi con vantaggio il bilanciere, potendosi render così completamente galleggianti con non grande aumento di mercurio nella vaschetta; lo che è manifestamente comune anche ai barometri con cassa e colonna a due bracci; ma in ogni caso dovrà procurarsi che l'equilibrio sia stabile.

8.^a Mi sia permesso in fine di chiudere queste studio con due osservazioni critiche, le quali mi sembrano di non certa importanza.

Se le teorie sul nostro argomento sono giuste, e pertanto che questi barometri, quando siano bene eseguiti, non debbano un'insidiosa rimarchevole per causa delle variazioni di temperatura; qualora di fatto non si riscontrino quell'influenza, dovranno concludere che l'influenza è d'altissima.

Il dilata potrebbe consistere specialmente nell'afflusso d'un poco d'aria e di vapore nella camera barometrica, situata superiormente alla colonna, ove dovrebbe essere il vuoto: e allora non sarebbe difficile che nessuno il pensiero di operare la compensazione termometrica (o proposta coll'introduzione artificiale di una certa dose d'aria, o d'altro fluido, nella camera pendente). Ma è da considerare che, se riuscisse pure di ottenere l'azione del vuoto compensa, il barometro non riuscirebbe di essere difettoso; perchè si saprebbe allo scopo principale dell'istromento, che è la giusta indicazione delle variazioni di pressione; infatti, potremo pure che, introducendo l'aria compensatrice per le variazioni di temperatura, si producesse il nostro barometro sul modello di un altro, il più perfetto possibile; è chiaro che questa graduazione, sarebbe necessariamente relativa a una data pressione e ad una data temperatura; e in tal caso, mettendo questa e quella, varrebbe l'azione dell'aria interna per rispetto alle variazioni di pressione, in quelli non potrebbero quindi esservi delle variazioni dell'istromento in altri termini: questa modo di compensazione, per gli effetti della variata temperatura, influisce sulle manifestazioni delle variazioni di pressione per mezzo delle variazioni di colonna e di peso; gli altri due, precedentemente descritti, sono rifatto estranei alla questione di pressione atmosferica; per conseguenza saranno adottabili questi, e non quelli; volendo almeno procedere con sufficiente rigore, questo l'attuale progresso d'oggi. Il quarto è la prima osservazione.

La seconda è semplicemente dichiarativa; e consiste nell'avvertire, che ove ho parlato di modificazioni di suscettività e di indipendenza del barometro, non ho detto, né intendo dare la quella forma dei barometri, che di tutt'altro successo possono abbisognare. Intesi ho inteso di toccarmi sui limiti del problema, che mi era proposto; cioè di ritrovare anche in quel caso, genericamente considerati, quali erano le condizioni, affinché per variazioni di temperatura non avvenisse muta nel barometro. Trovate queste condizioni per mezzo dei conosciuti elementi, rimando al Filad. II materia d'accordo, e il conciliarla come e quanto sia possibile, con le leggi della stabilità del relativo equilibrio (1), e con quest'altro può riguardare le migliori condizioni dell'istramento, sotto ogni rapporto: e questo importava dichiarare a mezzo di spiegabili risultati.

Perfino in ciò che non andava sapendo e notando, è caduto alla verità, come sembra, mi sarà dato sapere, che questo breve scritto non sia per d'alcuno inutile agli studiosi e alla scienza.

Firmez, 30 Novembre 1863.

(1) Ho benvenuto l'articolo su questo argomento, pervenuto anche con-
cellato l'agosto, che ha per titolo: *Stato del P. Carlo e del suo*
in *Agosto* alla data stabilita da barometri convenzionali in Firenze,
18. settembre 1863. Questo scritto sembra per ora la semplice de-
scri-
zione di un barometro sotto commercio, e non un'opera di
teoria. Il barometro convenzionale è descritto nella legge dell'Impero di Fi-
renze, *Statuto del P. Carlo* Filippo Carlo della Sede Pio, in: *Firenze*
1863, *Pio* 1863, 1. e 2. ed. (Società Anonima, anno 25), 1863.

INDICE ANALITICO.

Pag.	Pag.
1. Origine degli studi scottici, contenuti in quest'opuscolo. . .	1
2. Distanza della terra sotto pel calcolo degli effetti delle variazioni di temperatura su i barometri statici anco- rati.	4
3. Presso bariale, determinando i valori rispettivi del mercurio nella vaschetta e nella colonna barometrica, ed relativi scostamenti per sopraggiunte variazioni di tempe- ratura.	5
4. Determinazione generale del volume di mercurio, che può aver scorta della vaschetta per aumentare il volume della colonna barometrica, per causa di un aumento t della temperatura.	6
5. Valutazione generale dei residui del mercurio alla stessa temperatura nella vaschetta, e ricerca del volume della parte immersa del manometro; il qual volume si mostra che è indipendente dell'allungamento del manometro, della curva, e degli appoggi del tubo stesso	9
6. Ricerca della variazione del livello del mercurio nella va- schetta, nel supposto che fosse tenuta ferma la stessa barometrica durante l'azione della variazione di tempe- ratura	14
7. Determinazione del tutto della curva medesima, come ef- fetto finale della variazione suddetta.	15
8. Osservazione, che la formula stabilita nel supposto che il corrispondente livello fosse in aumento, non generali, e	

Parag.	Pg.
... rappresentando anche il suo opposto, e quella della in- vertibilità del livello anfermo.	43
9 Applicazione delle formule, qui alterate, al caso posto dal Barometro del P. Scocchi, e risultati relativi.	45
10 Osservazioni sulla proporzionalità, esistente nei limiti di approssimazione, tra i variazioni del barometro, per effetto della variazione di temperatura, e la risultante anfer- ma: (vedi proposta del P. Cenci intorno ad un modo di compensazione col stato della macchina.	47
11 Riduzione delle formule pel caso del Barometro della leg- ge dell'Orpagna in Firenze, e risultati numerici che ne compongono.	49
12 Formule per calcolare le variazioni di livello del mercurio sulla macchina, che risultano per aver luogo per effetto della variazione di temperatura.	51
13 Raccomanda delle costanti che debbono verificarsi, allorché i barometri in questione, costruiti con cura e due ordini distinti, restino compensati dagli effetti della variazione di temperatura, mediante una qualità loro di mercurio in una macchina cilindrica.	53
14 La stessa ipotesi pel caso che la macchina sia di figura ovale: e formule che ne risultano.	55
15 Applicazione ad un caso numerico importante, e dimost- razione delle costanti del volume del mercurio, per com- pensare gli effetti della variazione di temperatura, co- struendo venga tenuto il raggio delle loro dal tronco di cono, rispetto al raggio di livello.	58
16 Dimostrazione che il detto volume costante della macchina ovale, è uguale a quello che occorre per compensare il mercurio con una macchina cilindrica, ed uguale sim- bolicamente di barometro.	59
17 Formule pel caso che la cassa barometrica, e quindi anche la relativa colonna, sia di raggio costante, e ad una sola	

Espos.

Pag.

teoria), dimostrazione che per questa può sempre far-
si un certo modo di uso relativo di mercurio per compen-
sare l'istumento; e applicazione al caso numerico pre-
cedente. 34

18 e 19 Comparazione tra quest'ultima specie di barometri, e
quella che metteva in calcolo di due misori, qualun-
que nel caso reglarsi compenso a macchina mobile. 35 e 36

20 Attinenza importante del difetto corrente in barometri
col nome ed uso scritto, i quali risultano molto presen-
te, intendendo il mancotto, e reintegrazione opportuna-
mente di questo libro scritto; e formula relativa. . . 36

21 Applicazione numerica al caso di compensazione in grande,
per la quale appariva, che si ha sempre approssimabile
di mercurio, e particolarmente riduzione di peso nel baro-
metro e nel suo contropeso. 37

22 Rapporto delle condizioni di compensazione e mercurio, per
caso che il barometro stesso aveva completamente gal-
leggiante. 38

23 Esplicazione generale dei risultati, conseguiti per mezzo
degli studi, raccolti in quest'opera. 40

24 Osservazioni critiche sul propositoria, che prima nasce-
re, di compensare i barometri della medesima con-
fidenzialità di una certa quantità d'aria nel moto baro-
metrico; e sull'isolamento di questi studi. . . . 41











